Microeconomía Avanzada: Teoría de Juegos

Examen Final

Facultad de Economía, Universidad de los Andes

Alvaro J. Riascos Villegas
Mayo 23 de 2018

No puede utilizar ningún tipo de notas, apuntes, libros o artículos. **Elegir 6 puntos de los 7. Los alumnos del doctorado deben hacer obligatoriamente el ejercicio número 7.**

1. (20 puntos) Verdadero y falso. Determine si cada uno de los siguientes enunciados es falso o verdadero. Escriba una corta justificación de su respuesta. La nota depende de qué tan buena sea su justificación.

   a) (4 puntos) En un juego bilateral de suma cero, si el jugador 1 tiene una estrategia maxmin en estrategias mixtas, entonces cualquier estrategia pura que se juegue con probabilidad positiva en la estrategia maxmin le da la misma utilidad al jugador 1, independientemente de lo que el otro haga.

   b) (4 puntos) El conjunto que resulta de la eliminación iterativa de estrategias dominadas débilmente contiene todos los equilibrios de Nash.

   c) (4 puntos) El concepto de mecanismo de coordinación estocástico es una forma de ayudar a que los agentes alcancen equilibrios más eficientes.

   d) (4 puntos) En un emparejamiento perfecto como los estudiados en clase, en el que se utilizan precios para llegar al equilibrio, el resultado final es óptimo socialmente.

   e) (4 puntos) El concepto de equilibrio perfecto en subjuegos restringe las estrategias de los jugadores por fuera del camino de equilibrio.

2. Supongamos que se están subastando 3 unidades de un mismo bien. Y suponga que hay 5 jugadores pero que cada uno puede hacer solamente una oferta. Suponga que las ofertas son: $b^1 = 50, b^2 = 48, b^3 = 55, b^4 = 30, b^5 = 32$.

   Calcular quiénes ganan las uniades y cuánto pagan en cada formato: discriminatoria, Vickrey, uniforme y segundo precio generalizado. Calcular el ingreso del subastador en cada formato.

3. (20 puntos) Considere el siguiente párrafo de la lectura El Análisis Empírico de los Informes Motivados: El Caso de las Cementeras:

   En términos generales toda la evidencia empírica y cuantitativa que presenta la SIC es consistente con un oligopolio dinámico, que compite en un mercado de un bien homogéneo (cemento gris) con una demanda inelástica y sin colusión. En efecto, la SIC llama la atención sobre cómo la teoría económica (página 232) ayuda a entender que, en un contexto dinámico, un oligopolio puede sostener un acuerdo colusivo tácito (precios y cantidades cercamos a un monopolio) como un equilibrio de Nash (una situación en la que ningún agente actuando en función de su propio beneficio, tiene incentivos unilaterales a desviarse). Esto está muy bien. Sin embargo, esa misma teoría económica dice que, en una interacción repetida de un oligopolio también se puede sostener como un equilibrio de Nash, un equilibrio sin colusión. No es entendible por qué el informe no resalta esta ambigüedad en la capacidad de la teoría de caracterizar de forma univoca las interacciones dinámicas y se presenta solo una parte de la historia.

   En máximo un página explique, usando la teoría de juego repetidos estudiada en clase, cuál es el mensaje del párrafo (i.e., la clave está en el teorema de juegos repetidos con horizonte infinito).

4. (20 puntos) Considere el siguiente juego estudiado intensamente en el contexto de juego correlacionados.

1\2	A	B
X	5,1	0,0
Y	4,4	1,5

   a) Calcular un equilibrio de Nash simétrico (i.e., la misma estrategia para cada jugador) en estrategias mixtas y calcular el pago esperado para cada jugador.

   b) Supongamos que un agente externo les ofrece el siguiente mecanismo aleatorio con las siguientes recomendaciones. El agente lanza una moneda no sesgada que los jugadores pueden observar y les recomienda jugar (X, A) si cae cara o (Y, B) si cae sello. Mostrar que esta recomendaciones son un equilibrio de Nash. Cúal es el pago esperado de cada agente en equilibrio?

   c) Suponga que el juego se repite indefinidamente y que la función de utilidad de los jugadores es de la forma:

   $$\pi_i^\delta = (1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_i \tag{1}$$

   donde δ es lo suficientemente grande. Apelando al teorema de juegos repetidos con horizonte infinito, mostrar que es posible obtener un pago de 4 para cada jugador como un equilibrio de Nash.

d) Qué nos enseña este ejericicio sobre el costo social de la interacción estartégica.

5. (20 puntos). Supongamos que existen dos firmas que producen uno solo de cada uno de dos bienes distintos. La firma 1 produce q_1 del bien 1 y la firma 2 produce q_2 del bien 2. Suponga que los costos marginales de producción son cero y que las funciones inversas de demanda son de la forma:

$$p_i = \alpha - \beta q_i - \gamma q_j$$

   a) Qué se puede decir de los bienes cuando $\gamma = 0$? Son complementos o sustitutos.Qué se puede decir cuando γ es cercano a β? Son complementos o sustitutos.

   b) Calcular el equilibrio de Nash simétrico bajo competencia a la Bertrand.

   c) Calcular el equilibrio de Nash simétrico bajo competencia a la Cournot.

   d) Mostrar que el precio de equilibrio (en el equilibrio simétrico ambos bienes se venden al mismo precio) en competencia a la Cournot es siempre mayor que en comptencia a las Bertrand.

   e) Mostrar que la diferencia anterior es mayor entre más complementarios sean los bienes.

6. (20 puntos) Considere el juego de la figura y las siguiente sucesión de estrategias de comportamiento para cada jugador.

   El jugador 1, tiene la sucesión de estrategias $\gamma_k^1 = (1 - (1 + \rho)\epsilon_k^1, \epsilon_k^1, \rho\epsilon_k^1)$ donde $k = 1, 2, ...$ y $\rho \in (0, 1)$ y ϵ_k^1 es cualquier sucesión de números reales positivos tal que $\epsilon_k^1 \to 0$.

   El jugador 2, tiene la sucesión de estrategias $\gamma_k^2 = (\epsilon_k^2, 1 - \epsilon_k^2)$ donde $k = 1, 2, ...$ y ϵ_k^2 es cualquier sucesión de números reales positivos tal que $\epsilon_k^2 \to 0$.

   El jugador 3, tiene la sucesión de estrategias $\gamma_k^3 = (1 - \epsilon_k^3, \epsilon_k^3)$ donde $k = 1, 2, ...$ y ϵ_k^3 es cualquier sucesión de números reales positivos tal que $\epsilon_k^3 \to 0$.

   a) Dada una estrategia comportamiento $(\gamma_k^1, \gamma_k^2, \gamma_k^3)$ tiene todos los conjuntos de información de todos los jugadores probabuilidad positiva de ser visitados con estas estrategias de comportamiento?

   b) Mostrar que $(\gamma_k^1, \gamma_k^2, \gamma_k^3) \to (A, b, U)$

   c) Usar la regla de Bayes para mostrar que para cada k el único sistema de expectativas consisten con la regla de Bayes es para el jugador 2, $p_2(x) = \frac{1}{1+\rho}$, $p_2(y) = 1 - \frac{1}{1+\rho}$ y para 3, $p_3(\overline{x}) = \epsilon_k^2$, $p_3(\overline{y}) = 1 - \epsilon_k^2$.

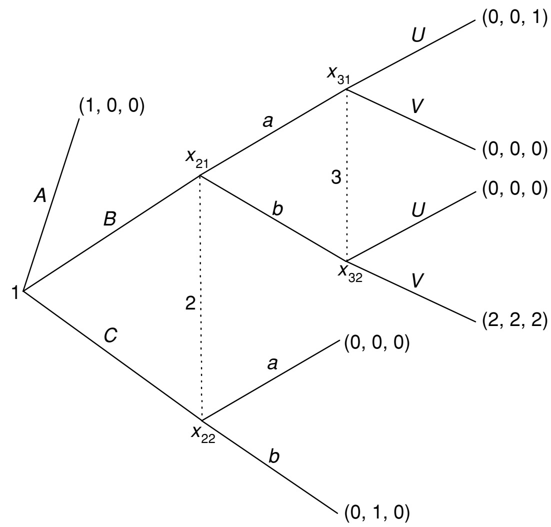

Figure 4.10: An extensive-form game with a WPBE that is not a sequential equilibrium.

d) Muestre que las expectativas del numeral para el jugador 3 convergen a $p_3(\overline{x}) = 0$ y $p_3(\overline{y}) = 1$.

e) Es el resultado del item anterior consistente con las expectativas necesarias que debe tener el jugador 3 para que el equilibrio (A, b, U) sea un equilbrio perfecto Bayesiano débil?

f) Como intepreta usted este ejercicio?

7. (20 puntos) Considere el caso general de K unidades idénticas a ser subastadas entre un número N de jugadores. Suponga que cada agente solo puede hacer una oferta por un único bien. Demostrar que en la subasta uniforme, revelar la verdadera valoración es un equilibrio en estrategias dominantes débilmente.